

Correction des exercices sur les intervalles de confiance

I

La taille de l'échantillon est $n = 1\,000 \geq 25$ donc est suffisante $f = \frac{32}{100}$ donc $0,2 \leq f \leq 0,8$.

On peut utiliser un intervalle de confiance.

$$\text{L'intervalle de confiance à } 0,95 \% \text{ est } I = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,32 - \frac{1}{\sqrt{1000}} ; 0,32 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right] \approx [0,288 ; 0,352].$$

II

On calcule l'intervalle de confiance pour Nicolas Sarkozy :

$$I = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,55f - \frac{1}{\sqrt{992}} ; 0,55 + \frac{1}{\sqrt{992}} \right] \text{ soit } I \approx [0,518 ; 0,582].$$

La proportion des votants en faveur de N. Sarkozy se trouvant dans $[0,518 ; 0,582]$ avec 95 % de chance, on peut en déduire qu'il avait de grandes chances d'être élu.

Remarque : Les sondages sont souvent réalisés auprès d'environ 1 000 personnes car cela permet de connaître la proportion d'un candidat à 3 % près.

III

$$\frac{2}{\sqrt{n}} = 0,08 \text{ donc } \sqrt{n} = \frac{2}{0,08} = \frac{200}{8} = 25 \text{ donc } n = 25^2 = 625.$$

IV

1. La taille de l'échantillon (1 000) est supérieure à 25.

La fréquence, (0,257) est comprise entre 0,2 et 0,8.

Les conditions de validité de l'intervalle de confiance sont réunies.

$$\begin{aligned} 2. \quad 0,257 - \frac{1}{\sqrt{1000}} &\approx 0,225 \\ 0,257 + \frac{1}{\sqrt{1000}} &\approx 0,289. \end{aligned}$$

L'intervalle de confiance au seuil de 95 % est $[0,225 ; 0,289]$.

On peut estimer que le pourcentage de français qui n'ont pas ou peu confiance en les hôpitaux est compris entre 22,5 % et 28,9 % au seuil de 95 %.

V

1. La taille de l'échantillon (230) est supérieure à 25 d'une part et les fréquences observées (0,34 et 0,28) sont comprises entre 0,2 et 0,8 d'autre part donc on peut déterminer un intervalle de confiance au seuil de 95 %.

2. Pour Simplet :

$$0,34 - \frac{1}{\sqrt{230}} \approx 0,274$$

$$0,34 + \frac{1}{\sqrt{230}} \approx 0,406$$

$$\text{Par conséquent } I_1 \approx [0,274 ; 0,406]$$

Pour Grognon :

$$0,28 - \frac{1}{\sqrt{230}} \approx 0,214$$

$$0,28 + \frac{1}{\sqrt{230}} \approx 0,346$$

$$\text{donc } I_2 = [0,214 ; 0,346].$$

3. Les deux intervalles ne sont pas disjoints donc on ne peut pas affirmer que Simplet est plus drôle que Grognon avec un risque d'erreur de 5 %.