Exercices sur les suites arithmétiques et le modèle linéaire

I

Soit u une suite arithmétique de premier terme $u(0)$ et de raison r.
Dans chaque cas, calculer $u(1)$, $u(2)$ et $u(3)$.

1. $u(0) = 1$ et $r = 3$.
   $u(n) = u(0) + nr$ donc $u(1) = 4$, $u(2) = 7$ et $u(3) = 10$.
2. $u(0) = 5$ et $r = -2$.
   $u(1) = 3$, $u(2) = 1$ et $u(3) = -1$.

II

Soit u une suite arithmétique. Dans chaque cas, donner le terme général de $u(n)$.

1. $u(0) = 1$ et $u(3) = 7$.
   $u(3) = u(0) + 3r$ donc $3r = u(3) - u(0) = 7 - 1 = 6$ d'où $r = 2$; alors $u(n) = u(0) + nr$ donc $\boxed{u(n) = 1 + 2n = 2n + 1}$
2. $u(1) = -5$ et $u(9) = -7$.
   $u(n) = u(p) + (n-p)r$ donc $u(9) = u(1) + (9-1)r$ d'où $-7 = -5 + 8r$. On en déduit $r = \dfrac{-7+5}{8} = -\dfrac{1}{4}$.
   Alors $u(0) = u(1) - r = -5 + \dfrac{1}{4} = -\dfrac{19}{4}$ d'où $\boxed{u(n) = -\dfrac{19}{4} - \dfrac{1}{4}n = -\dfrac{n+19}{4}}$

III

Un écureuil décide de faire des réserves de noisettes pour l'hiver. Le premier jour, il compte le nombre de noisettes qu'il lui reste en réserve : il en a 40. À partir du second jour, il ajoute 10 noisettes supplémentaires à son stock chaque jour. On note $u(n)$ la suite donnant le nombre de noisettes en réserve au n-ème jour de récolte, ainsi $u(0) = 40$.

1. $u(1) = u(0) + 10 = 40 + 10 = \boxed{50}$, $u(2) = u(1) + 10 = 60$.
2. Pour tout n, $u(n+1) = u(n) + 10$; u est une suite arithmétique de raison $r = 10$ et de premier terme $u(0) = 40$.
3. Òn en déduit $u(n) = u(0) + nr$ donc $\boxed{u(n) = 40 + 10n}$.
4. On cherche n tel que $u(n) = 500$ donc $40 + 10n = 500$; on trouve : $10n = 500 - 40 = 460$ d'où $n = 46$.
   Il aura atteint ce nombre au bout de 46 jours.

IV Bac Métropole STMG juin 2017

Le tableau suivant donne le prix moyen en dollar US de la tonne du cacao en provenance de la Côte d'Ivoire au 1er janvier des années 2011 à 2015.

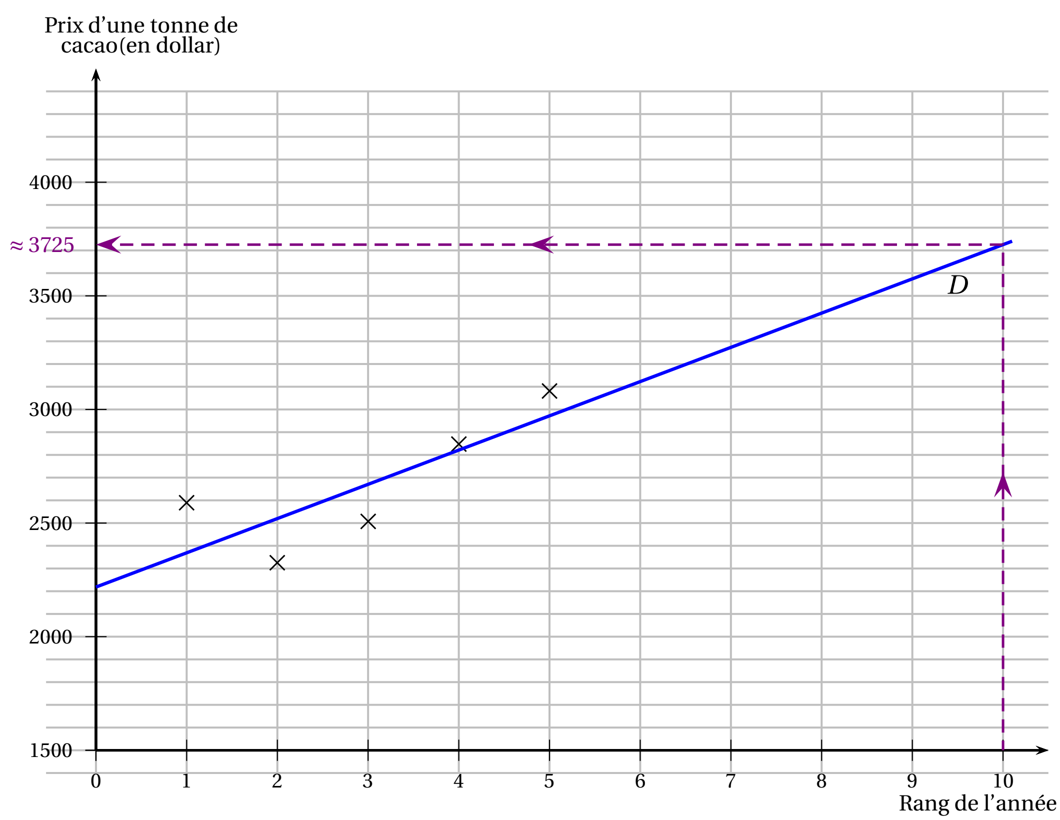
Année	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Prix (en dollar) d'une tonne de cacao : y_i	2 589,70	2 324,85	2 507,55	2 847,85	3 081,45

Source : INSEE

1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en fonction de x obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 150{,}65x + 2\,218{,}33$, les coefficients étant arrondis au centième.
2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation : $y = 150,7x + 2218,3$.
   (a) La droite D est tracée sur le graphique de l'**annexe 2**.
   (b) À l'aide de ce modèle d'ajustement, donnons une estimation du prix moyen d'une tonne de cacao en provenance de la Côte d'Ivoire au 1er janvier 2020. Nous avons alors $n = 10$. En remplaçant x par 10 dans l'équation de la droite $y = 150{,}7 \times 10 + 2\,218{,}3 = 3\,725{,}3$.

   Une estimation du prix moyen d'une tonne de cacao au début 2020 est de 3 725,30 $.

   REMARQUE : Nous trouvons une estimation similaire par la lecture graphique.



V Bac STMG Polynésie juin 2017

Des sondages quotidiens ont été effectués avant le second tour d'une élection opposant deux candidats A et B. Les intentions de votes, en pourcentage, pour le candidat A sont données dans le tableau suivant :

Dates :	24/04	25/04	26/04	27/04	30/04	01/05	02/05	03/05	04/05
Rang du jour x_i	1	2	3	4	7	8	9	10	11
Pourcentage y_i	55	55	54,5	55	54	53,5	53	53	52

Par exemple, le 24 avril les intentions de votes pour le candidat A étaient de 55 % et pour le candidat B de 45 %.

Le scrutin aura lieu le 6 mai. Comme il est interdit de publier des résultats de sondages les deux derniers jours avant le scrutin, on ne dispose pas des sondages pour le 5 et le 6 mai.

Le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ pour i variant de 1 à 11, est donné ci-dessous

1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés est $\boxed{y = -0,279x + 55,594}$ (les coefficients étant arrondis au millième).
2. On décide d'ajuster le nuage avec la droite D d'équation $y = -0,28x + 55,6$.
   (a) La droite D est tracée sur le graphique figurant sur le graphique ci-dessous.
   (b) Déterminons la valeur prévue par ce modèle le 6 mai, jour de l'élection. En ce jour $n = 13$. En remplaçant x par 13 dans l'équation de la droite, nous obtenons
   $y = -0,28 \times 13 + 55,6 = \boxed{51,96}$.
   (c) Si l'élection n'avait pas eu lieu le 6 mai, déterminons d'après ce modèle, à partir de quelle date le candidat B serait passé en tête des sondages.
   Pour ce faire, résolvons $-0,28x + 55,6 < 50$.
   $-0,28x + 55,6 < 50 \quad -0,28x + < 50 - 55,6 \quad -0,28x + < -5,6 \quad x > \dfrac{5,6}{0,28} \quad x > 20$
   À $x = 20$ correspond le 13 mai par conséquent selon ce modèle, le candidat B serait en tête des sondages **à partir du quatorze mai inclus**.
3. Des sondages ont été faits le jour de l'élection mais n'ont pas été communiqués. Un de ces sondages donnait le candidat A à 52 %. L'institut disait avoir effectué ce sondage sur un échantillon représentatif de 1 225 personnes.
   (a) Au vu de ce dernier sondage, établissons l'intervalle de confiance au niveau de 95 %, pour le résultat du candidat A à l'élection.
   L'intervalle de confiance au niveau de 95 % est $\left[f - \dfrac{1}{\sqrt{n}} ; f + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$ d'où
   $\left[0,52 - \dfrac{1}{\sqrt{1225}} ; 0,52 + \dfrac{1}{\sqrt{1225}}\right] \approx [0,491 ; 0,549]$
   soit en pourcentage l'intervalle $\boxed{[49,1 ; 54,9]}$.
   (b) Au vu de cet intervalle, la victoire de ce candidat ne semble pas assurée puisque la probabilité que le résultat soit inférieur à 50 % n'est pas nulle.
   $[49,1 ; 54,9] \cap [0 ; 50[\neq \emptyset$