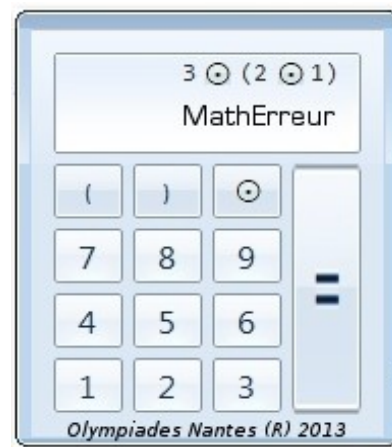


### EXERCICE 3

Une calculatrice un peu spéciale ne comporte que 13 touches :

- les 9 chiffres de 1 à 9 ;
- les deux parenthèses ( et ) ;
- une touche = ;
- une touche opératoire  $\odot$  qui vérifie pour tous nombres  $a$  et  $b$  :

$$a \odot b = 2 - \frac{a}{b}.$$



Exemple : En tapant  $2 \odot 4$ , la calculatrice affiche  $\frac{3}{2}$ , car

$$2 \odot 4 = 2 - \frac{2}{4} = \frac{3}{2}.$$

1. Calculer les nombres suivants :

$$a \odot a, \quad a \odot 1, \quad 1 \odot a, \quad 2 \odot 1, \quad 2 \odot (3 \odot 3).$$

2. La séquence  $3 \odot (2 \odot 1)$  donne MathErreur. Pourquoi ?

Peut-on retrouver le même problème sans utiliser le 1 ? Si oui, donner un exemple.

3. Dans cette question,  $a$ ,  $b$  et  $c$  représentent des chiffres de 1 à 9 du clavier de cette calculatrice. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier.

(a) Il existe  $a$  et  $b$  distincts tels que  $a \odot b = b \odot a$ .

(b) Pour tous  $a$ ,  $b$  et  $c$ , on a :  $(a \odot b) \odot c = a \odot (b \odot c)$ .

4. On tape la séquence  $a \odot b$  en prenant au hasard deux chiffres de la calculatrice.

(a) Déterminer la valeur minimale de  $a \odot b$ , puis donner la probabilité d'obtenir cette valeur.

(b) Reprendre la question 4) (a) pour la valeur maximale.

(c) Quelle est la probabilité que l'on obtienne le résultat  $\frac{5}{3}$  ?

5. On tape la séquence  $(a \odot b) \odot c$  en prenant au hasard trois chiffres de la calculatrice.

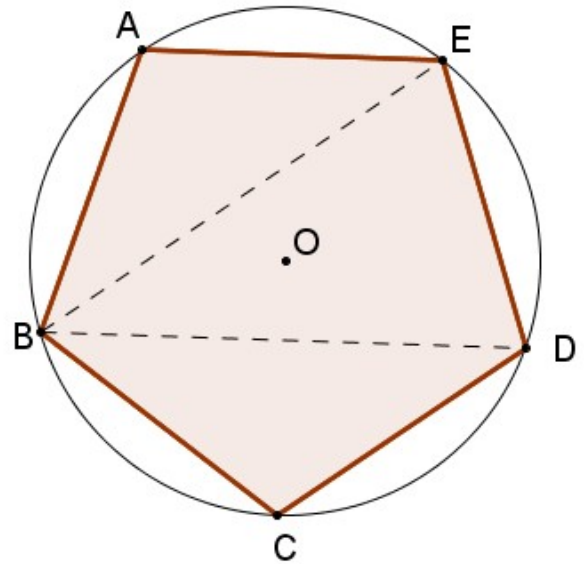
(a) Déterminer la valeur minimale de  $(a \odot b) \odot c$ , puis donner la probabilité d'obtenir cette valeur.

(b) Reprendre la question 5) (a) pour la valeur maximale.

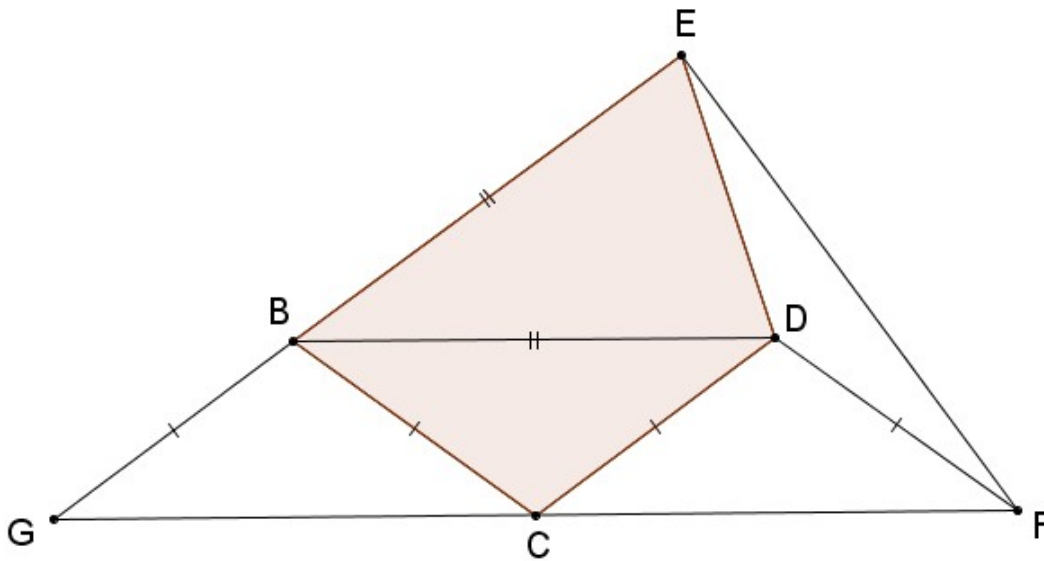
(c) Quelle est la probabilité que l'on obtienne le résultat 2 ?

## EXERCICE 4

- 1) ABCDE est un pentagone régulier de centre O.  
Déterminer les mesures en degrés des angles des triangles BCD et BDE.



- 2) Sur la figure codée ci-dessous, BCDE est le quadrilatère de la figure précédente. On ajoute les points F et G tels que GBC, BCD et CDF sont des triangles isocèles de mêmes dimensions avec un angle de mesure  $108^\circ$ .  
BDE est un triangle isocèle en B.  
Les points G, B et E sont alignés.



- Montrer que les points G, C et F sont alignés.
  - Montrer que (CD) coupe [EF] en son milieu.
  - Montrer que le triangle GEF est rectangle en E.
  - On pose  $GB = 1$  et  $GC = \varphi$ .  
Montrer que  $\varphi^2 = \varphi + 1$ , puis que  $\varphi^3 = 2\varphi + 1$ .
  - Déterminer la valeur exacte de  $\varphi$ .
- 3) Sur la figure en annexe, on donne un segment [MN] de longueur 1 et un segment [MP] de longueur 2 perpendiculaire à [MN].  
En utilisant uniquement une règle non graduée et un compas construire un segment de longueur  $\varphi$ .
- 4) En utilisant les longueurs 1 et  $\varphi$ , construire sur l'annexe un pentagone régulier dont un des côtés est [BC] en expliquant la construction.

# Annexe

On a  $MN = BC = 1$

